

WYMAGANIA EDUKACYJNE

MATEMATYKA KLASA 3

ZAKRES PODSTAWOWY

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

1. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom **(K)**

Uczeń:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje pierwiastek n -tego stopnia w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku $\frac{1}{n}$
• oblicza w prostych przypadkach potęgi o wykładnikach wymiernych
• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
• oblicza wartości wyrażeń, stosując definicję logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności

Poziom **(P)**

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
• wyznacza wartość współczynnika, dla której wykres danej funkcji przechodzi przez podany punkt
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczania jego wartości

• oblicza wartości wyrażeń, stosując definicję logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
• stosuje w prostych przypadkach twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do uzasadniania równości wyrażeń
• wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• wyznacza w prostych przypadkach zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych
• rozwiązuje proste zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej

Poziom (R)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach, i oblicza wartości tych wyrażeń
• szacuje wartości potęg o wykładnikach rzeczywistych
• porównuje w trudniejszych przypadkach liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
• odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
• przekształca wzór funkcji do postaci, dzięki której potrafi wyjaśnić, jak otrzymać wykres tej funkcji
•
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego

Poziom (D)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania trudniejszych zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach

2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K)

Uczeń:

• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty
• wyznacza równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• podaje równanie okręgu o danym środku i danym promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
• wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii
• znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych
• szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne wierzchołków tego wielokąta
• podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych
• wskazuje figury środkowosymetryczne
• znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych
• szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne wierzchołków tego wielokąta
• podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych

Poziom (P)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• stosuje wzór na odległość między punktami w prostych zadaniach dotyczących wielokątów
• sprawdza, czy proste o podanych równaniach są prostopadłe
• wyznacza równania prostych zawierających boki wielokątów narysowanych w układzie współrzędnych lub gdy podane są współrzędne wierzchołków wielokątów
• wyznacza współrzędne jednego końca odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania prostych zadań
• podaje równanie okręgu o danym środku i danym promieniu
• wyznacza równanie okręgu o danym środku przechodzącego przez dany punkt
• wyznacza równanie okręgu, gdy dane są współrzędne końców jego średnicy
• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie prostej i okręgu, porównując odległość środka okręgu od prostej z jego promieniem, w przypadku prostej równoległej do jednej z osi układu współrzędnych
• korzysta z własności stycznej do okręgu
• podaje równania stycznych do okręgu równoległych do osi układu współrzędnych
• wyznacza współrzędne obrazów punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych lub symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych

Poziom (R)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań dotyczących wielokątów
• stosuje układ równań liniowych do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
• oblicza promień okręgu o danym środku, gdy znane jest jego położenie względem innego okręgu opisanego równaniem
• wyznacza równanie okręgu wpisanego w kwadrat lub opisanego na kwadracie
• wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym lub prostokącie
• sprawdza, czy odcinki są symetryczne względem osi układu współrzędnych
• stosuje w trudniejszych przypadkach własności symetrii osiowej i symetrii środkowej

Poziom (D)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań dotyczących wielokątów
• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje równanie okręgu w bardziej złożonych zadaniach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej do rozwiązywania zadań

Poziom (W)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności
--

3. CIĄGI

Poziom (K)

Uczeń:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• stosuje w prostych przypadkach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• oblicza sumę kilku początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji

Poziom (P)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza w prostych przypadkach wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość)
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• bada w prostych przypadkach monotoniczność ciągu

• wyznacza w prostych przypadkach wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w prostych zadaniach różnego typu
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza w prostych przypadkach oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania

Poziom (R)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza w trudniejszych przypadkach wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
• bada monotoniczność ciągu, korzystając z jego definicji
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny
• oblicza, ile początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego należy dodać, aby ich suma była równa danej liczbie
• oblicza, ile wyrazów ma podany skończony ciąg arytmetyczny, i oblicza ich sumę
• udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym
• stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania
• oblicza oprocentowanie lokaty oraz ustala okres oszczędzania

Poziom (D)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• wyznacza w trudniejszych przypadkach wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych
• udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego

• stosuje w trudniejszych zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
• rozwiązuje zadania związane z kredytami

Poziom (W)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu

4. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

Poziom (K)

Uczeń:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego oraz ostrosłupa prawidłowego
• rysuje siatkę graniastosłupa prostego oraz siatkę ostrosłupa prostego, gdy dany jest jej fragment
• oblicza długość przekątnej prostopadłościanu
• oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz objętość ostrosłupa prawidłowego, w tym objętość czworościanu foremnego
• wskazuje kąt między przekątną prostopadłościanu a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu

Poziom (P)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomu (K) oraz dodatkowo:

• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa prostego
• rysuje siatkę wielościanu, gdy dany jest jej fragment
• oblicza pole powierzchni ostrosłupa, gdy dana jest jego siatka
• oblicza w prostych przypadkach długości przekątnych graniastosłupa prostego
• oblicza objętość graniastosłupa prostego i objętość ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje w prostych przypadkach kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje w prostych przypadkach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu

Poziom (R)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
--

• stosuje wzory na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa do rozwiązywania zadań
• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu
• wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy
• oblicza w prostych przypadkach miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)

Poziom (D)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz dodatkowo:

• stosuje w złożonych przypadkach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu
• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami bocznymi ostrosłupów prawidłowych
• rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)

Poziom (W)

Uczeń opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów
• uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych prostopadłościanów
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach